EJERCICIOS SOBRE CÁLCULO VECTORIAL

1. Dado los vectores **a** = 2 i + 3 j; **b** = 4 i – 2 j; calcule:
a) Su suma gráfica y numéricamente.
b) El módulo de ambos vectores
c) El módulo de la suma de ambos vectores.
Sol: **a)** 6 i + j **b)** 3,6 ; 4,47 **c)** 6,08

2. Calcule la suma de los vectores **a** = 3 i + 5j; **b** = - 2i + 2j y el ángulo que forma el vector suma con el eje OX.
Sol: **s** = i + 7 j ; tg α = 7 ; **α** = 81,87 º = 81º 52' 11"

3. Calcule las componentes de un vector de módulo **10** sabiendo que está situado en el plano XY y que forma **30º** con el eje OX.
Sol: **a** = 8,66 i + 5 j

4. Dado un vector **a**, situado en el plano XY, de módulo **10** y que su componente en el eje X vale **6**, calcule la otra componente y represéntelo gráficamente.
Sol: ± 8

5. Calcule las componentes de un vector unitario de la misma dirección y sentido que el vector que tiene su origen en el punto **P** (3, 5, -5) y el extremo en el punto **Q** (5, -4, 1).
Sol: **u** = 2/11 i - 9/11 j + 6/11 k

6. Calcule el ángulo que forman los vectores **A** (4, -2, 5) y **B** (3, -4, 10).
Sol: **α** = 21,03947 º = 21º 2' 22"

7. Dado el vector **A** (3, 4, 1) calcule los cosenos directores y comprueba que la suma de los cuadrados de los cosenos directores vale la unidad.
Sol: **cos α** = 3/√26 ; **cos β** = 4/√26 ; **cos γ** = 1/√26

8. Calcule los siguientes productos escalares, así como el ángulo que forman dicho vectores entre sí:
a) **A** (3, 5, -2) ; **B** (-7, 8, 1)
b) **C** (4, 3, 0) ; **D** (4, 0, 3)
Sol: **a)** 17 ; 75,0315 º = 75º 1' 53". **b)** 16 ; 50,2082 º = 50º 12' 29"

9. Dado los vectores **A** (5, -4, 7) y **B** (3, 6, -4), calcule el vector unitario en la dirección y sentido del vector diferencia **D** = **A** – **B**.
Sol: **D** = 2/15 i – 2/3 j + 11/15 k

10. Un vector **a** tiene su origen en el punto **O** (3, 17) y el extremo en el punto **P** (10, -7). Calcule el vector unitario que tiene su misma dirección pero sentido contrario.
Sol: $-u_a$ = – 0,28 i + 0,96 j

11. Determine las componentes de un vector de módulo **6** de igual dirección y sentido que el vector **A** (6, -6, -3).
Sol: 4 i – 4 j – 2 k

12. Calcule los siguientes productos vectoriales:

a) (2, -1, 0) x (3, 4, 0)
b) (1, 2, 0) x (2, -3, 1)
c) (0, 1, -2) x (0, -3, 6)
d) (1, 1, -1) x (1, -1, 1)

Sol: **a)** 11 k **b)** 2 i – j – 7k **c)** (0, 0, 0); son paralelos. **d)** –2 j – 2 k

13. Dado los vectores **A** (2, -1, 1) y **B** (-1, 2, 1), calcular:

a) *C* = *A* x B
b) *C* · *A*. Discutir este último resultado y predecirlo sin calcularlo previamente.

Sol: **a)** *C* = -3i - 3 j + 3 k. **b)** *C* · *A* = 0

14. Dado los vectores **A** (3, -2, 2) y **B** (0, 2, 1); calcule los vectores de módulo **3** y perpendiculares a ambos vectores.

Sol: –2 i - j + 2 k y 2 i + j – 2 k

15. Dado los vectores **A** (5, $-a_y$, 3) y **B** (2, 8 ,2), calcule el valor de "$\mathbf{a_y}$" para que ambos vectores sean perpendiculares.

Sol: $\mathbf{a_y} = 2$

16. Teniendo los vectores **A** (3, 5, 0) y **B** (4, b_y, 3), calcule "$\mathbf{b_y}$" para que **A** y **B** sean perpendiculares.

Sol: $\mathbf{b_y} = -12/5$

17. Dado los vectores **A** (3, -1, 5) y **B** (4, -2, 0), calcule el ángulo que forman.

Sol: **α** = 58,052 º = 58º 3' 7"

18. Suponiendo dos vectores cuyos módulos son 7 y 8 respectivamente, y sabiendo que el ángulo que forman es de 30º, calcule el módulo del producto vectorial e indica el ángulo que forma con los dos vectores.

Sol: **|A x B|** = 28 ; **α** = 90 º

19. Dos vectores cuyos extremos son **A** (-3, 2, 1) y **B** (5, -3, 2), tienen como origen común el punto **C** (-1, 3, 0). Calcule el producto escalar y el módulo del producto vectorial de ambos vectores.

Sol: **A · B** = - 4 ; **|A x B|** = 20,976

20. Dado los vectores **A** (4, -3, 0) y **B** (8, 6, 0), calcule:

a) 2A + B
b) Un vector de módulo 1 en la dirección de **A**.
c) El producto escalar *A* · B.
d) El ángulo que forman *A* y B.
e) El producto vectorial *A* x B.
f) El módulo del producto vectorial *A* x B.

Sol: **a)** 16 i **b)** 0,8 i – 0,6 j **c)** 14 **d)** 73,74 º = 73º 44' 23" **e)** 48 k **f)** 48.

21. Dado los vectores **A** (3, -2, 4) y **B** (2, 3, -6); calcular *A* · B y *A* x B. Comprobar que el producto vectorial es perpendicular a ambos vectores.

Sol: **A · B** = –24 ; **A x B** = 26 j + 13 k ; **(A x B) · A** = 0 ; **(A x B) · B** = 0

22. El vector **V** (2, 1, 0) tiene su punto de aplicación en **A** (3, 0, 1), calcule:

a) El momento de **V** respecto del origen de coordenadas.

b) El momento de **V** respecto del punto **B** (3, -2, -1).

Sol: **a)** $M_O = -i + 2j + 3k$ **b)** $M_B = -2i + 4j - 4k$

23. El vector **a** = i – j + 3k; está aplicado en el punto **P** (2, 1, 2). Calcule su momento respecto al origen de coordenadas.

Sol: $M_O = 5i - 4j - 3k$

24. Dado el vector **A** = j – 3k aplicado en el punto **P** (1, -1, -5), halle su momento respecto del punto **O** (2, -3, 0).

Sol: $M_O = -i - 3j - k$

25. Dado los vectores **A** (3, 4, 0) y **B** (4, 2, -4), calcule:

a) El vector suma.

b) El módulo de **A**.

c) Un vector unitario a lo largo de la dirección de **A**.

d) Los cosenos directores de **A**.

e) Comprobar si **A** y **B** son perpendiculares.

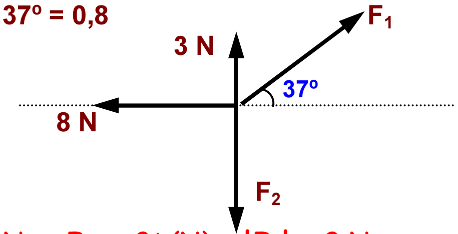
f) **A** · **B**

g) Producto vectorial de **A** x **B**.

Sol: **a)** $7i + 6j - 4k$ **b)** 5 **c)** $u_a = 3/5\, i + 4/5\, j$. **d)** $\cos\alpha = 3/5$; $\cos\beta = 4/5$; $\cos\gamma = 0$
e) No, porque $A \cdot B \neq 0$ **f)** $A \cdot B = 20$ **g)** $A \times B = -16i + 12j - 10k$

26. En el siguiente sistema de fuerzas, calcule las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ y sus módulos para que el sistema se encuentre en equilibrio:

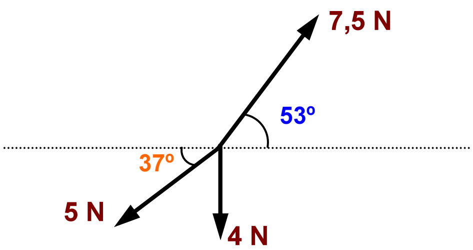
Datos: **sen 37º = 0,6 ; cos 37º = 0,8**



Sol: $F_1 = 8i + 6j$ (N) ; $|F_1| = 10$ N ; $F_2 = -9j$ (N) ; $|F_2| = 9$ N

27. Calcule el vector resultante en el siguiente sistema de fuerzas:

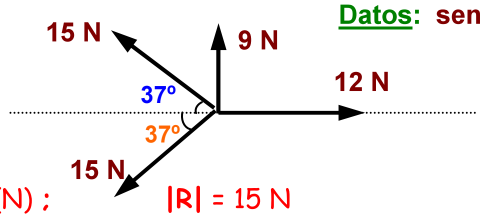
Datos: **sen 37º = cos 53º = 0,6 ; cos 37º = sen 53º = 0,8**



Sol: $R = 0{,}5i - j$ (N) ; $|R| = 1{,}118$ N

28. Calcule la fuerza resultante en el siguiente diagrama de fuerzas:

Datos: **sen 37º = 0,6 ; cos 37º = 0,8**



Sol: $R = -12i + 9j$ (N) ; $|R| = 15$ N

29. Dibuje el vector **a** = –2i + 2j. Calcule:

a) Su módulo.

b) Un vector unitario de su misma dirección y sentido.

c) El ángulo que forma con el eje OX.

Sol: **a)** $2\sqrt{2}$ **b)** $-\sqrt{2}/2$ i + $\sqrt{2}/2$ j **c)** 135º

30. Exprese las componentes cartesianas de los vectores en el plano, cuyo módulo vale **5** y forman un ángulo de **53º** con el eje OY.

Datos: **sen 37º = cos 53º = 3/5 ; cos 37º = sen 53º = 4/5**

Sol: **a** = 4i + 3j y **–a** = – 4i – 3j

31. Dado el vector **v** = 4i – 3j. Calcule un vector unitario de su misma dirección pero sentido opuesto. Demuestra que el vector calculado es unitario.

Sol: –4/5 i + 3/5 j

32. Sume gráfica y analíticamente los vectores **a** = 3i + 3j y **b** = 3i – 3j. Demuestre que el módulo del vector suma no es igual a la suma de los módulos de los vectores.

Sol: **s** = 6i.

33. Dados los vectores **a** = i + j y **b** = *m* i + 3/2 j. Halle el valor de "**m**" para que el vector **c** = 2a – 2b sea unitario.

Sol: **m** = 1

34. Calcule el ángulo formado por los vectores **a** = 5i + 3j y **b** = –5i + 2j.

Sol: **α** = 127º 14'

35. Efectúe el producto escalar de los vectores **a** = 4i + 8j – 2k y **b** = 6i – 2j + 4k. ¿Qué ángulo forman estos dos vectores?

Sol: **a**·**b** = 0. Son perpendiculares, **α** = 90º

36. Dados los vectores **a** = 3i + 5j – k y **b** = i + 4j – 2k, calcule el producto escalar siguiente: **(a – 5b)·(2a + 6b)**

Sol: –660

37. Dado el vector **a** = 3i – 4j. Calcule:

a) Un vector perpendicular al **a** cuya primera componente sea 8.

b) Un vector unitario perpendicular al **a**. Demuestre que el vector unitario encontrado y el vector **a** son perpendiculares.

Sol: **a) v** = 8i + 6j **b)** $\mathbf{u_v}$ = 4/5 i + 3/5 j y $-\mathbf{u_v}$ = – 4/5 i – 3/5 j ; **a**·$\mathbf{u_v}$ = 0 ; **a**·(–$\mathbf{u_v}$) = 0

38. Halle el ángulo formado por los vectores **a** = i + 2j + 2k y **b** = 3i + 4j.

Sol: **α** = 42º 50'

39. Calcule el producto vectorial **a x b**, siendo el vector **a** = 5i – 3j + 2k y **b** = i – j +3k.

Sol: **a x b** = –7i – 13j – 2k

40. Dados los vectores **a** = 3i + 2j – k y **b** = 2j – 3k, calcule el vector **v** = **a** x **b** y demuestre que el vector **v** es perpendicular al vector **a** y al vector **b**.

Sol: **v** = – 4i + 9j + 6k ; **v**·**a** = 0 y **v**·**b** = 0